Содержание

1 Введение

Дилатоны представляют собой скалярные частицы, взаимодействующие с электромагнитным полем. Исторически они впервые были введены в работах, посвящённых теории Калуцы-Кляйна [6]. Дилатоны также возникают в теории струн [3] и играют важную роль в решении задачи многих тел в современных теориях гравитации [5]. Кроме того, они возникают в космологических приложениях [1].

Дилатон можно детектировать в экспериментах типа LSW (light shining through the wall). Эксперименты такого типа обычно предназначены для поиска псевдоскалярных аксионоподобных частиц [8], однако подобную методику можно применять и к другим частицам, взаимодействующим с электромагнитным полем.

Так, в частности, поиск дилатонов проводился в эксперименте OSQAR типа LSW с лазером в качестве источника электромагнитного излучения [2].

Настоящая работа посвящена обоснованию возможности поиска дилатоноподобных частиц в экспериментах типа Light shining through the wall с использованием радиочастотных резонаторов.

2 Дилатонная электродинамика

Рассмотрим модель, содержащую взаимодействие электормагнитного поля с дилатонным скалярным в первом порядке по константе взаимодействия. Лагранжиан такой модели имеет вид:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{1}{4}g\phi F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{1}$$

Вариация свободных членов действия:

$$\delta S_{free} = \int d^4x \,\left(\delta A_\nu \partial_\mu F^{\mu\nu} - \delta\phi \left(\partial^2 + m^2\right)\phi\right) \tag{2}$$

Вариация члена со взаимодействием:

$$\delta S_{int} = \int d^4x \,\left(\delta A_\nu \partial_\mu \left(g\phi F^{\mu\nu}\right) - \frac{1}{4}\delta\phi g F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right) \tag{3}$$

Тогда уравнения движения для данной модели имеют вид:

$$\left(\partial^2 + m^2\right)\phi = -\frac{1}{4}gF_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{4}$$

$$\partial_\mu\left(\left(1 + g\phi\right)F^{\mu\nu}\right) = 0 \tag{5}$$

Будем решать уравнения, раскладывая в ряд по степеням g:

$$\phi = \phi^{(0)} + \phi^{(1)} + \phi^{(2)} ... \tag{6}$$

$$A_\mu = A_\mu^{(0)} + A_\mu^{(1)} + A_\mu^{(2)} + ... \tag{7}$$

Тогда уравнения с точностью до второго порядка перепишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned}\left(\partial^2 + m^2\right)\left(\phi^{(0)} + \phi^{(1)} + \phi^{(2)}\right) = \\ = -\frac{1}{4}g\left(F_{\mu\nu}^{(0)}F^{(0)\mu\nu} + 2F_{\mu\nu}^{(0)}F^{(1)\mu\nu}\right)\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\partial_\mu\Big(\, & F^{(0)\mu\nu} + F^{(1)\mu\nu} + F^{(2)\mu\nu} + \\ & + g\phi^{(0)}F^{(0)\mu\nu} + g\phi^{(0)}F^{(1)\mu\nu} + g\phi^{(1)}F^{(0)\mu\nu}\,\Big) = 0\end{aligned} \tag{9}$$

Уравнения нулевого приближения:

$$\left(\partial^2 + m^2\right)\phi^{(0)} = 0 \tag{10}$$

$$\partial_\mu F^{(0)\mu\nu} = 0 \tag{11}$$

Уравнения первого приближения:

$$\left(\partial^2 + m^2\right)\phi^{(1)} = -\frac{1}{4} g F^{(0)}_{\mu\nu} F^{(0)\mu\nu} \tag{12}$$

$$\partial_\mu \left(F^{(1)\mu\nu} + g\phi^{(0)} F^{(0)\mu\nu}\right) = 0 \tag{13}$$

Уравнения второго приближения:

$$\left(\partial^2 + m^2\right)\phi^{(2)} = -\frac{1}{2} g F^{(0)}_{\mu\nu} F^{(1)\mu\nu} \tag{14}$$

$$\partial_\mu \left(F^{(2)\mu\nu} + g\phi^{(0)} F^{(1)\mu\nu} + g\phi^{(1)} F^{(0)\mu\nu}\right) = 0 \tag{15}$$

Учтём, что решение уравнения для скалярного поля в нулевом приближении тривиально ($\phi^{(0)} = 0$) и выпишем только необходимые для дальнейшего рассмотрения уравнения:

$$\partial_\mu F^{(0)\mu\nu} = 0 \tag{16}$$

$$\left(\partial^2 + m^2\right)\phi^{(1)} = -\frac{1}{4} g F^{(0)}_{\mu\nu} F^{(0)\mu\nu} \tag{17}$$

$$\partial_\mu F^{(2)\mu\nu} = -g\partial_\mu \left(\phi^{(1)} F^{(0)\mu\nu}\right) = -g F^{(0)\mu\nu} \partial_\mu \phi^{(1)} \equiv j^\nu_{dil} \tag{18}$$

Решение второго уравнения:

$$\phi^{(1)}(x) = \int_{V_\infty} d^3x'\, f(x') \cdot \frac{e^{ik_\phi |x-x'|}}{4\pi |x-x'|} \tag{19}$$

Здесь $f(\vec{x}) = -\frac{1}{4} g F^{(0)}_{\mu\nu} F^{(0)\mu\nu}(\vec{x}) = \frac{1}{2} g \left(\vec{E}^{(0)2}(\vec{x}) - \vec{B}^{(0)2}(\vec{x})\right)$ - функция источника, $k^2_\phi = \omega^2 - m^2$ и предполагается гармоническая зависимость от времени для полей.

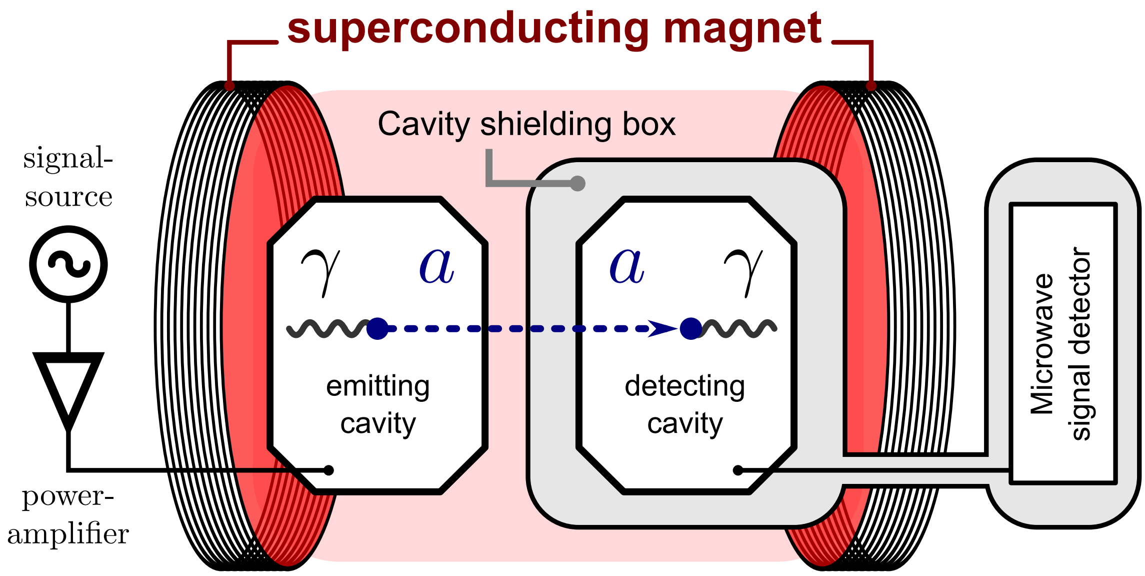

Рис. 1: Принципиальная схема эксперимента типа LSW - пример эксперимента CROWS [4]

3 Экспериментальная установка

Классическая экспериментальная установка типа LSW представляет собой [7] две коаксиальных цилиндрических радиочастотных полости, разделённых непроницаемым для электромагнитного излучения барьером, и источник внешнего магнитного поля, направленного по оси цилиндров.

В полости производства возбуждается мода электромагнитного поля $F_{\mu\nu}^{(0)}$, которая порождает дилатонное поле $\phi^{(1)}$. Данное дилатонное поле затем порождает электромагнитное поле $F_{\mu\nu}^{(2)}$, которое и детектируется резонансным образом в полости детектирования.

4 Источник для скалярного поля в полости производства

4.1 Общие замечания

Источник для скалярного поля:

$$f(\vec{x}) = \frac{1}{2} g \left(\vec{E}^{(0)2}(\vec{x}) - \vec{B}^{(0)2}(\vec{x}) \right) \tag{20}$$

Положим, что в полости производства накачана одна мода и имеется внешнее постоянное магнитное поле B_{ext}, направленное вдоль оси цилиндра и много большее амплитуды накачки. Тогда:

$$\frac{1}{2} \left(\vec{E}^{(0)2}(t, \vec{x}) - \vec{B}^{(0)2}(t, \vec{x}) \right) = \frac{1}{2} \left(\vec{E}^{2}_{mode}(t, \vec{x}) - \left(\vec{B}_{mode}(t, \vec{x}) + \vec{B}_{ext}(\vec{x}) \right)^2 \right) \supseteq$$
$$\supseteq -\vec{B}_{mode}(t, \vec{x}) \cdot \vec{B}_{ext}(\vec{x}) = -\vec{B}_{mode}(\vec{x}) \cdot \vec{B}_{ext}(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega t} \tag{21}$$

$$f(\vec{x}) = -g \vec{B}_{mode}(\vec{x}) \cdot \vec{B}_{ext}(\vec{x}) \tag{22}$$

Здесь выделена часть, зависящая от времени как $e^{-i\omega t}$.

Введём также обезразмеренную функцию источника:

$$h(\vec{x}) \equiv -\frac{f(\vec{x})}{g B_m B_{ext}} = B^z_{mode}(\vec{x}) \tag{23}$$

Здесь B_m - максимальное значение поля для данной моды.

Поскольку поле B_{ext} направлено вдоль оси z, функция источника для данной временной зависимости ненулевая только тогда, когда есть ненулевая z-компонента магнитного поля моды накачки (то есть возбуждена TE-мода).

4.2 Общие выражения для TE-мод

Выражение для z-компоненты магнитного поля:

$$B^z_{npq}(\vec{x}) = J_n(k_\rho \rho) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \sin k_z z \tag{24}$$

Здесь $k_\rho = \frac{x'_{np}}{r}$, $k_z = \frac{q\pi}{h}$, r - радиус цилиндрической полости, h - её длина, x'_{np} - p-тый нуль первой производной функции Бесселя n-того порядка. Собственная частота равна $\omega_{npq} = \sqrt{k_\rho^2 + k_z^2}$.

4.3 Мода TE_{011}

Ненулевые компоненты полей:

$$B_z = J_0(k_\rho \rho) \sin{(k_z z)} \tag{25}$$

$$B_\rho = \frac{k_z}{k_\rho} \cdot J'_0(k_\rho \rho) \cos{(k_z z)} \tag{26}$$

$$E_\phi = -\frac{i\omega}{k_\rho} J'_0(k_\rho \rho) \sin{(k_z z)} \tag{27}$$

Выражение для функции источника:

$$h(\vec{x}) = J_0(k_\rho \rho) \sin{(k_z z)} \tag{28}$$

5 Токи для электромагнитного поля в полости детектирования

5.1 Общие замечания

Выше было показано, что источник (внешний ток) для электромагнитного поля во втором порядке теории возмущений имеет вид:

$$j^{\nu}_{dil} \equiv -gF^{(0)\mu\nu}\partial_{\mu}\phi^{(1)} \tag{29}$$

Перепишем в явном виде через компоненты полей:

$$\rho_{dil} \equiv j^{0}_{dil} = -gF^{i0}\partial_{i}\phi = -g\left(\vec{E}\cdot\vec{\nabla}\phi\right) \tag{30}$$

$$j^{j}_{dil} = -g\left(F^{0j}\partial_{0}\phi + F^{ij}\partial_{i}\phi\right) = \left\{\begin{array}{c} F^{ij} = -\varepsilon^{ijk}B_{k} \\ F^{0j} = -E^{j} \end{array}\right\} =$$

$$= g\left(E^{j}\partial_{0}\phi - \varepsilon^{jik}\partial_{i}\phi B_{k}\right) \tag{31}$$

$$\vec{j}_{dil} = g\left(\vec{E}\cdot\dot{\phi} + [\vec{B}\times\vec{\nabla}\phi]\right) \tag{32}$$

Можно видеть, что в выражения для токов входят только производные скалярного поля (то есть однородное постоянное поле не детектируется).

5.2 Случай постоянного поля

Положим, что в полости детектирования имеется только внешнее постоянное магнитное поле B_{ext}, направленное вдоль оси цилиндра. Тогда:

$$\rho_{dil} = 0 \tag{33}$$

$$\vec{j}_{dil} = g\left[\vec{B}_{ext}\times\vec{\nabla}\phi\right] \tag{34}$$

6 Решение уравнений Максвелла в полости детектирования

6.1 Решение уравнений и общие свойства мод

Запишем уравнения Максвелла в полости детектирования с учётом гармонической зависимости полей от времени ($\vec{E}(t, \vec{x}) = \vec{E}(\vec{x})e^{-i\omega t}$):

$$\begin{cases} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0 \\ (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) = 0 \\ [\vec{\nabla} \times \vec{B}] = -i\omega\vec{E} + j_{dil} \\ [\vec{\nabla} \times \vec{E}] = i\omega\vec{B} \end{cases} \tag{35}$$

Представим поля в виде разложения на соленоидальные и потенциальные моды:

$$\vec{E}(\vec{x}) = \sum_n E_n \vec{\mathfrak{E}}_n(\vec{x}) - \vec{\nabla}\varphi_E(\vec{x}) \tag{36}$$

$$\vec{B}(\vec{x}) = \sum_n B_n \vec{\mathfrak{B}}_n(\vec{x}) - \vec{\nabla}\varphi_B(\vec{x}) \tag{37}$$

Для соленоидальных мод справедливы выражения:

$$[\vec{\nabla} \times \vec{\mathfrak{E}}_n] = i\omega_n[\vec{\nabla} \times \vec{\mathfrak{A}}_n] = i\omega_n\vec{\mathfrak{B}}_n \tag{38}$$

$$\begin{aligned} [\vec{\nabla} \times \vec{\mathfrak{B}}_n] &= \frac{1}{i\omega_n}[\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{\mathfrak{E}}_n]] = \frac{1}{i\omega_n}\left(\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathfrak{E}}_n\right) - \Delta\vec{\mathfrak{E}}_n\right) = \\ &= \frac{1}{i\omega_n}\omega_n^2\vec{\mathfrak{E}}_n = -i\omega_n\vec{\mathfrak{E}}_n \end{aligned} \tag{39}$$

Условия нормировки и ортогональности для мод:

$$\int_{V_d} d^3x \, \left(\vec{\mathfrak{E}}_s^* \cdot \vec{\mathfrak{E}}_n\right) = \int_{V_d} d^3x \, \left(\vec{\mathfrak{E}}_s^* \cdot \vec{\mathfrak{E}}_n\right) = V\delta_{sn} \tag{40}$$

После подстановки в уравнения Максвелла получим:

$$-i\sum_n \omega_n B_n \vec{\mathfrak{E}}_n = -i\omega \sum_n E_n \vec{\mathfrak{E}}_n + i\omega\vec{\nabla}\varphi_E + \vec{j}_{dil} \tag{41}$$

$$i\sum_n \omega_n E_n \vec{\mathfrak{B}}_n = i\omega \sum_n B_n \vec{\mathfrak{B}}_n - i\omega\vec{\nabla}\varphi_B \tag{42}$$

Можно показать [7], что потенциальные моды ортогональны соленоидальным:

$$\int_{V_d} d^3x \left(\vec{\mathfrak{E}}_s^* \cdot \vec{\nabla}\varphi_E\right) = 0 \tag{43}$$

$$\int_{V_d} d^3x \left(\vec{\mathfrak{B}}_s^* \cdot \vec{\nabla}\varphi_B\right) = 0 \tag{44}$$

6.2 Исследование резонанса и определение G-фактора

Проинтегрируем уравнения Максвелла с модами $\vec{\mathfrak{E}}_s^*$ и $\vec{\mathfrak{B}}_s^*$ соответственно с учётом условий нормировки и ортогональности.

$$-i\omega_s B_s V_d = -i\omega E_s V_d + \int_{V_d} d^3x \left(\vec{\mathfrak{E}}_s^* \cdot \vec{j}_{dil}\right) \tag{45}$$

$$i\omega_s E_s V_d = i\omega B_s V_d \tag{46}$$

Выражения для B_s и E_s:

$$E_s = \frac{-i\omega}{V_d\left(\omega^2 - \omega_s^2\right)} \int_{V_d} d^3x \left(\vec{\mathfrak{E}}_s^* \cdot \vec{j}_{dil}\right) \tag{47}$$

$$B_s = \frac{-i\omega_s}{V_d\left(\omega^2 - \omega_s^2\right)} \int_{V_d} d^3x \left(\vec{\mathfrak{E}}_s^* \cdot \vec{j}_{dil}\right) \tag{48}$$

Введём диссипацию энергии в полости (существенную в случае резонанса), заменив выражение в знаменателе:

$$\frac{1}{\omega^2 - \omega_s^2} \to \frac{1}{\omega^2 - \omega_s^2 + \frac{i\omega\omega_s}{Q}} \tag{49}$$

Тогда при условиии резонанса ($\omega \to \omega_s$) для заданной моды можно ввести:

$$G_s \equiv E_s = B_s = -\frac{Q}{\omega_s V_d} \int_{V_d} d^3x \, \left(\vec{\mathfrak{E}}_s^* \cdot \vec{j}_{dil} \right) \tag{50}$$

6.3 Обезразмеривание и определение $\mathfrak{G}$-фактора

Вспомнив выражение для тока, полученное в разделе 3.2, запишем для G-фактора:

$$\begin{aligned} G_s = &-\frac{gQ}{\omega_s V_d} \int_{V_d} d^3x \, \left(\vec{\mathfrak{E}}_s^* \cdot \left[\vec{B}_{ext} \times \vec{\nabla}\phi \right] \right) = \\ &= -\frac{gQ}{\omega_s V_d} \int_{V_d} d^3x \, \left(\vec{\nabla}\phi \cdot \left[\vec{\mathfrak{E}}_s^* \times \vec{B}_{ext} \right] \right) = \\ &= \frac{gQ}{\omega_s V_d} \int_{V_d} d^3x \, \phi \left(\vec{\nabla} \cdot \left[\vec{\mathfrak{E}}_s^* \times \vec{B}_{ext} \right] \right) - \\ &- \frac{gQ}{\omega_s V_d} \int_{V_d} d^3x \, \vec{\nabla} \left(\phi \cdot [\vec{\mathfrak{E}}_s^* \times \vec{B}_{ext}] \right) \end{aligned} \tag{51}$$

Рассмотрим отдельно поверхностный член:

$$\begin{aligned} \int_{V_d} d^3x \, \vec{\nabla} \left(\phi \cdot [\vec{\mathfrak{E}}_s^* \times \vec{B}_{ext}] \right) &= \int_{S_d} d\sigma \, \phi \left(\vec{n} \cdot [\vec{\mathfrak{E}}_s^* \times \vec{B}_{ext}] \right) = \\ &= \int_{S_d} d\sigma \, \phi \left(\vec{B}_{ext} \cdot [\vec{n} \times \vec{\mathfrak{E}}_s^*] \right) = 0 \end{aligned} \tag{52}$$

Здесь мы учли, что $\left[\vec{n} \times \vec{\mathfrak{E}}_s \right] = 0$ в силу граничных условий для проводящих поверхностей.

Теперь преобразуем оставшееся выражение:

$$\begin{aligned} G_s &= \frac{gQ}{\omega_s V_d} \int_{V_d} d^3x \, \phi \left(\vec{\nabla} \cdot \left[\vec{\mathfrak{E}}_s^* \times \vec{B}_{ext} \right] \right) = \\ &= \frac{gQ}{\omega_s V_d} \int_{V_d} d^3x \, \phi \left(\vec{B}_{ext} \cdot \left[\vec{\nabla} \times \vec{\mathfrak{E}}_s^* \right] \right) = \\ &= -\frac{igQ}{V_d} \int_{V_d} d^3x \, \phi \left(\vec{B}_{ext} \cdot \vec{\mathfrak{B}}_s^* \right) = -\frac{igQ}{V_d} \int_{V_d} d^3x \, \phi B_{ext} \mathfrak{B}_s^{z*} \end{aligned} \tag{53}$$

Вспомнив выражения для скалярного поля и для функции источника, получим для G-фактора:

$$
\begin{aligned}
G_s &= -\frac{ig^2 Q B_m B_{ext}^2}{V_d} \int_{V_d} d^3x \left(\int_{V_\infty} d^3x'\, h(x') \cdot \frac{e^{ik_\phi |x-x'|}}{4\pi |x-x'|} \right) \mathfrak{B}_s^{z*}(x) = \\
&= \frac{ig^2 Q B_m B_{ext}^2 V_p}{d} \int_{V_d} \frac{d^3x}{V_d} \int_{V_p} \frac{d^3x'}{V_p} \left(d \cdot \mathfrak{B}_s^{z*}(x) \cdot h(x') \cdot \frac{e^{ik_\phi |x-x'|}}{4\pi |x-x'|} \right) = \\
&= \frac{ig^2 Q B_m B_{ext}^2 V_p}{d} \cdot \mathfrak{G}_s
\end{aligned} \tag{54}
$$

Здесь введён характерный масштаб $d = 1\ m$, а также безразмерный фактор $\mathfrak{G}_s$, определяемый исключительно физикой задачи:

$$
\mathfrak{G}_s = \int_{V_d} \frac{d^3x}{V_d} \int_{V_p} \frac{d^3x'}{V_p} \left(d \cdot \mathfrak{B}_s^{z*}(x) \cdot \mathfrak{B}_{TE_{011}}^{z}(x') \cdot \frac{e^{ik_\phi |x-x'|}}{4\pi |x-x'|} \right) \tag{55}
$$

Можно видеть, что резонанс возникает только для TE-мод электромагнитного поля в детекторе.

7 Чувствительность эксперимента

Используем радиометрическое уравнение:

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{noise}} \sqrt{t \Delta\nu} \tag{56}$$

Учтём, что:

$$P_{noise} = T\Delta\nu \tag{57}$$

$$P_{signal} = \frac{\omega}{Q} \langle \int_{V_d} d^3x \, |\vec{E}|^2 \rangle_t = \frac{1}{2} \frac{\omega}{Q} V_d |G_s|^2 \tag{58}$$

$$\Delta\nu = \frac{\omega}{2\pi Q} \tag{59}$$

Тогда:

$$\begin{aligned} SNR = \frac{\omega V_d |G_s|^2}{2QT} \sqrt{\frac{t}{\Delta\nu}} = \frac{\omega V_d}{2QT} \sqrt{\frac{t}{\Delta\nu}} \left| \frac{ig^2 Q B_m B_{ext}^2 V_p}{d} \cdot \mathfrak{G}_s \right|^2 = \\ = \frac{\omega g^4 Q B_m^2 B_{ext}^4 V_d V_p^2 \cdot |\mathfrak{G}_s|^2}{2d^2 T} \sqrt{\frac{t}{\Delta\nu}} \end{aligned} \tag{60}$$

Выразим константу взаимодействия:

$$g^4 = \frac{2 \cdot SNR \cdot d^2 T}{B_m^2 B_{ext}^4 V_d V_p^2 \cdot |\mathfrak{G}_s|^2} \sqrt{\frac{1}{2\pi Q^3 \omega t}} \tag{61}$$

Подставив типичные значения для полей, параметры эксперимента по поиску аксионоподобных частиц CROWS [4], получим ожидаемое значение константы взаимодействия:

$$\begin{aligned} g^4 \times |\mathfrak{G}_s|^2 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 1m^2 \cdot 1.5K}{(180kV/m)^2 \cdot (3T)^4 \cdot (0.001m^3)^3} \times \\ \times \sqrt{\frac{1}{2\pi \cdot 10^{5 \cdot 3} \cdot 1GHz \cdot 20h}} = 7.0 \cdot 10^{-33} \, GeV^{-4} \end{aligned} \tag{62}$$

Предварительно оценив значение $|\mathfrak{G}_s|^2 \approx 1$, получим:

$$g \approx 9.1 \cdot 10^{-9} \, GeV^{-1} \tag{63}$$

8 Асимптотическое поведение

Рассмотрим поведение $\mathfrak{G}_{TE_{011}}$ в случае удалённых одинаковых полостей детектирования и производства. Сместив начало отсчёта для системы координат детектора, получим:

$$\mathfrak{G} = \int_{V_d} \frac{d^3x}{V_d} \int_{V_p} \frac{d^3x'}{V_p} \left(d \cdot \mathfrak{B}^{z*}(x) \cdot \mathfrak{B}^z(x') \cdot \frac{e^{ik_\phi|x-x'-l|}}{4\pi|x-x'-l|} \right) \tag{64}$$

Здесь $\vec{l} = \{0, 0, l\}$, l - расстояние между полостями детектирования и производства.

Разложим $|x - x' - l|$ в ряд с учётом $x \ll l$, $x' \ll l$:

$$|\vec{x} - \vec{x'} - \vec{l}| \approx l \cdot \left(1 - \frac{(z - z')}{l} + \frac{(\rho - \rho')^2}{2l^2} \right) \tag{65}$$

$$\frac{e^{ik_\phi|x-x'-l|}}{4\pi|x-x'-l|} \approx \frac{e^{ik_\phi l}}{4\pi l} \cdot e^{ik_\phi(z'-z)} \cdot \exp\left(\frac{ik_\phi(\rho - \rho')^2}{2l} \right) \tag{66}$$

Учтём, что z-компонента магнитного поля для моды TE_{011} имеет вид:

$$\mathfrak{B}^{z*}(x) = \mathfrak{B}^z(x) = J_0\left(\frac{x'_{01}\rho}{r} \right) \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{h} \right) \tag{67}$$

Тогда явное выражение для $\mathfrak{G}$-фактора:

$$\begin{aligned} \mathfrak{G} \approx \frac{d}{l} \cdot \frac{e^{ik_\phi l}}{\pi} \int_0^1 dz'\, e^{ik_\phi h z'} \sin(\pi z') \int_0^1 dz\, e^{-ik_\phi h z} \sin(\pi z) \times \\ \times \int_0^r \frac{J_0(k_\rho \rho)\rho}{r^2} d\rho \int_0^r \frac{J_0(k_\rho \rho')\rho'}{r^2} d\rho' \exp\left(\frac{ik_\phi(\rho - \rho')^2}{2l} \right) = \quad (68) \\ = \frac{d}{l} \cdot \frac{e^{ik_\phi l}}{\pi} \cdot \frac{\pi(e^{ik_\phi h} + 1)}{\pi^2 - k_\phi^2 h^2} \cdot \frac{\pi(e^{-ik_\phi h} + 1)}{\pi^2 - k_\phi^2 h^2} \times \mathfrak{I} \quad (69) \end{aligned}$$

Рассмотрим два предельных случая.

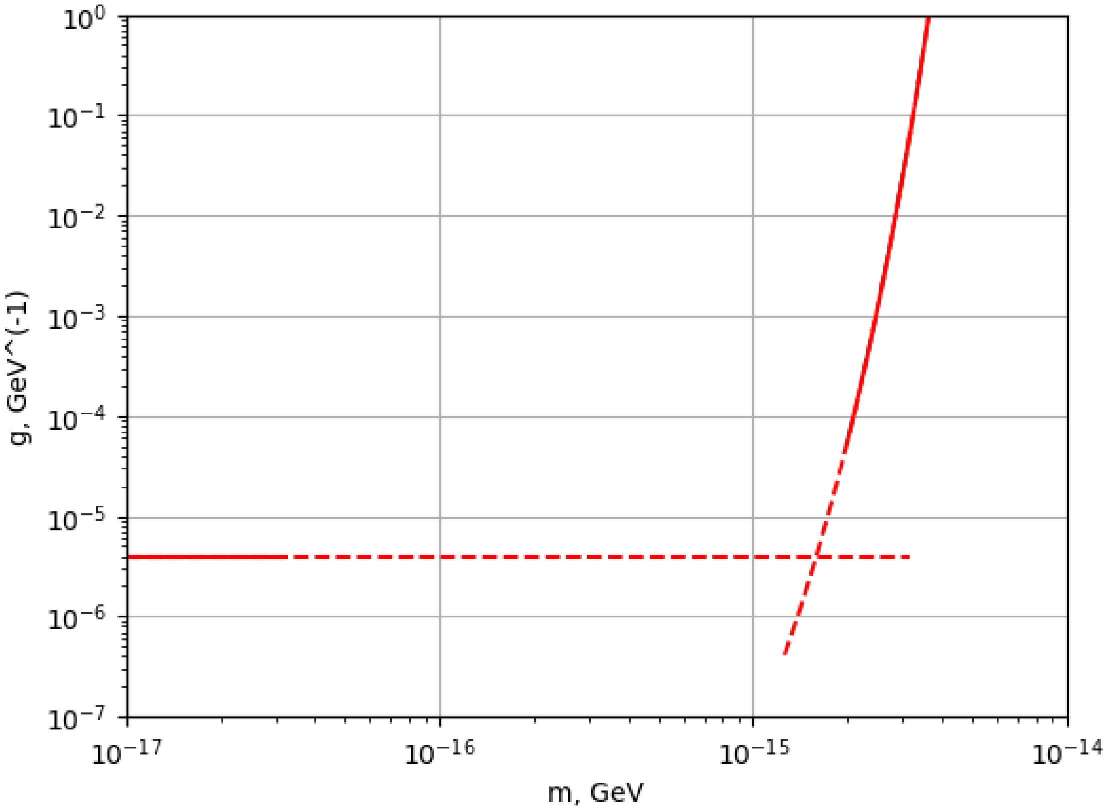

Рис. 2: Область исключения g в зависимости от массы скалярного поля при l = 1 m

В пределе больших масс ($m \gg \omega$, $md \gg 1$, $k_\phi \approx im$):

$$\mathfrak{I} = \frac{1}{m^4 r^4} \int_0^{mr} J_0\left(\frac{x'_{01}}{mr}\rho\right) \rho d\rho \int_0^{mr} J_0\left(\frac{x'_{01}}{mr}\rho'\right) \rho' d\rho' \, \exp\left(-\frac{(\rho-\rho')^2}{2ml}\right) \approx$$

$$\approx \frac{1}{m^4 r^4} \int_0^{mr} \rho d\rho \int_0^{mr} \rho' d\rho' \, \exp\left(-\frac{(\rho-\rho')^2}{2ml}\right) \approx \frac{2l}{3mr^2} e^{-\frac{mr^2}{2l}} \qquad (70)$$

$$\mathfrak{G} \approx \frac{2\pi d}{3r^2 h^4} \cdot \frac{e^{-ml}}{m^5} \qquad (71)$$

$$g \sim m^{5/2} \cdot e^{-ml/2} \qquad (72)$$

В пределе малых масс ($m \ll \omega$, $md \ll 1$, $k_\phi \approx \omega$, $\omega d \sim 1$), без учёта комплексной фазы:

$$\mathfrak{I} \approx \int_0^1 J_0(x'_{01}\rho)\rho d\rho \int_0^1 J_0(x'_{01}\rho')\rho' d\rho' \, \exp\left(\frac{i\omega r^2}{2l}(\rho-\rho')^2\right) \approx$$
$$\approx \frac{i\omega r^2}{2l}\int_0^1 J_0(x'_{01}\rho)\rho d\rho \int_0^1 J_0(x'_{01}\rho')\rho' d\rho' \, (\rho-\rho')^2 =$$
$$= \frac{\omega r^2}{2l}\cdot\frac{\pi^2 J_0^2(x'_{01})H_1^2(x'_{01})}{2x'^4_{01}} \tag{73}$$

$$|\mathfrak{G}| \approx \frac{2\pi d}{l}\cdot\frac{\operatorname{ch}(\omega h)+1}{(\pi^2-\omega^2h^2)^2}\cdot\frac{\omega r^2}{2l}\cdot\frac{\pi^2 J_0^2(x'_{01})H_1^2(x'_{01})}{2x'^4_{01}} \tag{74}$$

Здесь H - функция Струве.

9 Заключение

В работе предлагается теоретическое обоснование возможности детектирования скалярных дилатоноподобных частиц в экспериментах типа LSW с использованием радиочастотных резонаторов, в том числе с привлечением существующих экспериментов этого типа.

В ходе работы было получено выражение для определения константы взаимодействия дилатоноподобных частиц с электромагнитным полем и приведена, с привлечением типичных для экспериментов типа LSW параметров, характерная оценка для этой константы, а также рассмотрена её асимптотическая зависимость от параметров теории.

Таким образом, показано, что возможность детектирования дилатоноподобных частиц в радиочастотных резонансных экспериментах заслуживает рассмотрения.

Более аккуратная оценка ограничений на константу взаимодействия является предметом будущего исследования.

Список литературы

[1] F. G. Alvarenga, A. B. Battista, and J. C. Fabris. Does quantum cosmology predict a constant dilatonic field? *International Journal of Modern Physics D*, 14(02):291–307, February 2005. ISSN 1793-6594. doi: 10.1142/s0218271805005955. URL `http://dx.doi.org/10.1142/S0218271805005955`.

[2] R. Ballou and et al. New exclusion limits on scalar and pseudoscalar axionlike particles from light shining through a wall. *Physical Review D*, 92(9), November 2015. ISSN 1550-2368. doi: 10.1103/physrevd.92.092002. URL `http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.92.092002`.

[3] David S. Berman and Malcolm J. Perry. M-theory and the string genus expansion. *Physics Letters B*, 635(2–3):131–135, April 2006. ISSN 0370-2693. doi: 10.1016/j.physletb.2006.02.038. URL `http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb.2006.02.038`.

[4] M. Betz, F. Caspers, M. Gasior, M. Thumm, and S. W. Rieger. First results of the cern resonant weakly interacting sub-ev particle search (crows). *Physical Review D*, 88(7), October 2013. ISSN 1550-2368. doi: 10.1103/physrevd.88.075014. URL `http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.88.075014`.

[5] P S Farrugia, R B Mann, and T C Scott. N-body gravity and the schrödinger equation. *Classical and Quantum Gravity*, 24(18):4647–4659, August 2007. ISSN 1361-6382. doi: 10.1088/0264-9381/24/18/006. URL `http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/24/18/006`.

[6] Tadayuki Ohta and Robert Mann. Canonical reduction of two-dimensional gravity for particle dynamics. *Classical and Quantum Gravity*, 13(9):2585–2602, September 1996. ISSN 1361-6382. doi: 10.1088/0264-9381/13/9/022. URL `http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/13/9/022`.

[7] Dmitry Salnikov, Petr Satunin, M. Fitkevich, and D. Kirpichnikov. Light-shining-through-wall cavity setups for probing alps. *JETP Letters*, 117, 06 2023. doi: 10.1134/S0021364023600957.

[8] Dmitry Salnikov, Petr Satunin, and D. V. Kirpichnikov. Probing axion-like particles with rf cavities separated by thin barrier. 2024.